

9. cvičení - Parciální zlomky

☺ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtěte následující integrály.

(a) $\int \frac{2x+1}{(x+1)(2x+3)} dx.$

(g) $\int \frac{x^2}{(x^2+2x+2)^2} dx.$

(b) $\int \frac{x-1}{x(x+1)^3} dx.$

(h) $\int \frac{x}{x^3+1} dx.$

(c) ☺ $\int \frac{x^{15}-3}{x-1} dx.$

(i) $\int \frac{x^4}{x^2-x+2} dx.$

(d) $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx.$

(j) ☺ $\int \frac{1}{x^4+x^2+1} dx.$

(e) ☺ $\int \frac{x^4}{x^4+2x^2-3} dx.$

(k) $\int \frac{x^2+2x-2}{(2x+1)(x^2+x+1)^2} dx.$

(f) $\int \frac{1}{(x^2-4x+4)(x^2-4x+5)} dx.$

(l) $\int \frac{x^2+1}{(x^4+x^2+1)^2} dx.$

Návod/nápověda

- čitatel alespoň stejného stupně, než jmenovatel $\rightarrow$ dělení mnohočlenu mnohočlenem
- rozklad na parciální zlomky
- $\int \frac{1}{(ax+b)^n} dx \rightarrow$ substituce
- $\int \frac{2ax+b}{(ax^2+bx+c)^n} dx \rightarrow$ substituce
- $\int \frac{1}{ax^2+b} dx \rightarrow$ substitucí převedeme na $\int \frac{1}{y^2+1} dy$
- $\int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx \rightarrow$ doplněním na čtverec, převedeme na předchozí případ
- $\int \frac{1}{(ax^2+bx+c)^n} dx \rightarrow \int \frac{1}{(u^2+1)^n} du \rightarrow$ substituce $u = \tan t$

Pokračování na další straně.



Příklad 2. Spočtěte následující integrály.

(a) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx$

(e) $\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx$

(b) $\int \frac{x}{x^3-1} dx$

(f) $\int \frac{1}{x(1+x)(1+x+x^2)} dx$

(c) $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x} dx$

(g) $\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2} \right)^2 dx$

(d) $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx$

(h) $\int \frac{1}{x^3+1} dx$

Příklad 3. Spočtěte následující integrály.

(a) $\int -\frac{3}{16} \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

(e) $\int \frac{x^2+3x-2}{(x-1)(x^2+x+1)^2} dx$

(b) $\int \frac{1}{(x^2+x+1)^2} dx$

(f) $\int \frac{x^2+1}{(x^4+x^2+1)^2} dx$

(c) $\int \frac{x^2}{(x^2+2x+2)^2} dx$

(g) $\int \frac{1}{(x^3+1)^2} dx$

(d) $\int \frac{1}{(x^2+1)^3} dx$

(h) $\int \frac{x^9}{(x^{10}+2x^5+2)^2} dx$

Příklad 4 (Zkouškové). Spočtěte následující integrály.

(a) $\int \frac{\log^2 x + \log x + 1}{x(\log^2 x - \log x + 1)} dx$

(d) $\int \frac{x^4+3x^3+10x^2+12x+13}{(1+x)(x^2+x+3)^2} dx$

(b) $\int \frac{e^{3x}}{(e^x+2)^2(e^x+1)^2} dx$

(c) $\int \frac{x^2+x+1}{(x+3)(x^2+2x+3)} dx$

(e) $\int \frac{x^4+x^3+x^2+x+1}{(x+1)(x^2+x+3)} dx$

